ΘΕΜΑ Α

Α1: Απόδειξη σχολικό βιβλίο

Α2: Ορισμός σχολικό βιβλίο

Α3: Ορισμός σχολικό βιβλίο

Α4: $\begin{cases} \alpha \to \Sigma \\ \beta \to \Lambda \\ \gamma \to \Lambda \\ \delta \to \Lambda \\ \varepsilon \to \Sigma \end{cases}$

ΘΕΜΑ Β

Β1: Από το ιστόγραμμα προκύπτει ότι $\nu = 40$

προοδος
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

Β2:

$[..,..)$	x_i	ν_i	f_i
2-4	3	12	0,3
4-6	5	8	0,2
6-8	7	14	0,35
8-10	9	6	0,15
ΣΥΝΟΛΟ		40	1

όπου $f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{12}{40} = 0,3$ κ.ο.κ.

Β3: $\bar{x} = \frac{x_1\nu_1 + \dots\dots\dots + x_\kappa \nu_\kappa}{\nu} = \frac{228}{40} = 5,7$

Β4: Οι πωλητές με πωλήσεις από 4,5 χιλ. ευρώ και πάνω βρίσκονται στις 2 τελευταίες κλάσεις και στα $\frac{3}{4}$ της δεύτερης κλάσης άρα είναι: $\frac{3}{4}\cdot 8 + 14 + 6 = 26$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1: $f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1 \,,\, x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \text{............} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ ή $x = \frac{1}{3}$

χ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$f'(x)$ +	-	+
$f(x)$ $\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Άρα $P(\text{K}) = x_1 = \frac{1}{4}$ και $P(\Lambda) = x_2 = \frac{1}{3}$

Ισχύει ότι:

$P(\text{A}) + P(\text{K}) + P(\Pi) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + P(\Pi) = 1 \Rightarrow \text{..................} \Rightarrow P(\Pi) = \frac{5}{12}$

πρόοδος
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

Γ2:

$P(\Gamma) = P(\text{K}) + P(\text{A}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

$P(\Delta) = P(\Pi) = \frac{5}{12}$

$P(\text{E}) = P(\text{A}) + P(\text{K}) = \frac{7}{12}$

Γ3: Τα απλά ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου είναι ισοπίθανα άρα θα ισχύει ο κλασσικός ορισμός της πιθανότητας

$$P(\mathrm{A})=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{\mathrm{N}(\mathrm{A})}{\mathrm{N}(\Omega)}=\frac{1}{3}\Rightarrow\mathrm{N}(\mathrm{A})=\frac{1}{3}\mathrm{N}(\Omega)\ ,(1)\ \text{και}$$

$$P(\Pi)=\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{\mathrm{N}(\Pi)}{\mathrm{N}(\Omega)}=\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{\mathrm{N}(\mathrm{A})+4}{\mathrm{N}(\Omega)}=\frac{5}{12}\overset{(1)}{\Longrightarrow}\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow\mathrm{N}(\Omega)=48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1: Έστω ότι το πλάτος του κουτιού είναι $y\ \ dm$

Ισχύει Περίμετρος Βάσης =20 $\Rightarrow\ 2x+2y=20\Leftrightarrow x+y=10\Leftrightarrow y=10-x\ \ (1)$,τότε

πρόοδος
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

$$\mathrm{E}=xy+2\cdot5y+2\cdot5x\overset{(1)}{\Longrightarrow}\mathrm{E}(x)=-x^2+10x+100\ \text{με}\ x\in(0,10)$$

$$\mathrm{E}'(x)=-2x+10$$

$$\mathrm{E}'(x)=0\Rightarrow-2x+10=0\Leftrightarrow x=5$$

x	5	
$\mathrm{E}'(x)$	+	−
$\mathrm{E}(x)$	↗	↘

Μέγιστη επιφάνεια έχει το κουτί όταν $x=5$

Δ2:

a) Λύνουμε την εξίσωση $2s^2 - 5s + 2 = 0$ από την οποία προκύπτει $s = \frac{1}{2}$ ή $s = 2$

Το δείγμα είναι ανομοιογενές άρα $CV > 10\%$,(2) αν $s = \frac{1}{2}$ τότε:

$$(2) \Rightarrow \frac{s}{\bar{x}}100 > 10 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{8}10 > 1 \Leftrightarrow \frac{10}{16} > 1 \text{ άτοπο}$$

αν $s = 2$ τότε: $(2) \Rightarrow \frac{s}{\bar{x}}100 > 10 \Leftrightarrow \frac{2}{8}10 > 1 \Leftrightarrow 2,5 > 1$ ισχύει άρα $s = 2$

b) Ισχύει

$$s^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^{\,2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu}\right\} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^{\,2}}{\nu} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i}{\nu}\right)^2 = \overline{\left(x_i^{\,2}\right)} - \left(\bar{x}\right)^2 \Rightarrow 2^2 = \overline{\left(x_i^{\,2}\right)} - 8^2 \Leftrightarrow \overline{\left(x_i^{\,2}\right)} = 68$$

πρόοδος
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

Δ3: Ισχύει

$5 = x_1 < x_2 < \ldots\ldots < x_{14} < x_{15} = 9 \xRightarrow{f\searrow} \mathrm{E}(5) > \mathrm{E}(x_2) > \ldots > \mathrm{E}(x_{14}) > \mathrm{E}(9)$ άρα

$R = \mathrm{E}(5) - \mathrm{E}(9) = 16$,άρα

$y_i > -4x_i + 9R + 1 \Rightarrow \mathrm{E}(x_i) > -4x_i + 9R + 1 \Rightarrow -x_i^{\,2} + 10x_i + 100 > -4x_i + 145 \Leftrightarrow$

$-x_i^{\,2} + 14x_i - 45 > 0 \Leftrightarrow x_i \in (5,9)$ οπότε $\mathrm{B} = \{\mathrm{A}_2(x_2, y_2), \ldots\ldots\ldots, \mathrm{A}_{14}(x_{14}, y_{14})\}$

η πιθανότητά του είναι $P(\mathrm{B}) = \frac{\mathrm{N}(\mathrm{B})}{\mathrm{N}(\Omega)} = \frac{13}{15}$

Επιμέλεια: Γιώργος Αλβανός